

**ГОРОДСКОЙ КОНКУРС  
НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТ ОБУЧАЮЩИХСЯ  
ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ УЧРЕЖДЕНИЙ  
НА СОИСКАНИЕ ПРЕМИИ ИМЕНИ А.С. ПОПЛАУХИНА**

**Секция: математика**

**Тема: «Красота математики»**

**Автор:** Сивкова Анастасия Эдуардовна

**Научный руководитель:** Завтур Галина Александровна, учитель математики  
первой квалификационной категории МАОУ СОШ № 8

**Место выполнения работы:** МАОУ СОШ № 8

**го Красноуральск**

**2014 г.**

## Содержание

Актуальность.....	3
Цели, задачи.....	3
Введение.....	4
I Теоретическая часть.....	5
1 Симметрия в искусстве.....	5
1.1 Симметрия в архитектуре.....	7
1.2 Симметрия в живописи.....	9
2 Пропорция в искусстве.....	9
2.1 Пропорция в архитектуре.....	10
2.2 Пропорция в живописи.....	12
3 Перспектива в искусстве.....	14
3.1 Перспектива в живописи.....	17
3.2 Перспектива в фотографии.....	18
II Исследовательская часть.....	20
Заключение.....	24
Список литературы.....	25

## **Актуальность**

Я считаю, что выбранная мною тема актуальна, потому что видеть красоту математики, применять её законы в современном мире очень важно в наше время.

### **Цель:**

1. Расширить кругозор по данной теме
2. Увидеть красоту математики в окружающем нас мире
3. Показать, что симметрия – одно из слагаемых красоты не только в математике, но и в мире в целом.

### **Задачи:**

1. Исследовать литературу выбранной мною темы
2. Доказать актуальность данной темы
3. Поделиться своими знаниями с одноклассниками

## **Введение**

*В природе существует много такого, что не может быть ни достаточно глубоко понято, ни достаточно убедительно доказано, ни достаточно умело и надёжно использовано на практике без помощи вмешательства математики.*

*Ф.Бэкон*

Математика - это не только стройная система законов, теорем, задач, но и уникальное средство познания красоты. Красота многогранна и многолика, она выражает высшую целесообразность устройства мира, подтверждает универсальность математических закономерностей, которые действуют одинаково эффективно в произведениях искусства и научных открытиях.

Красота помогает с радостью воспринимать окружающий мир, математика дает возможность осознать явления и упрочнить знания о гармонии всего мира.

Изучая математику, мы открываем все новые и новые слагаемые красоты, приближаясь к пониманию, а затем и к созданию красоты и гармонии. Когда раскрывается эффективность применения математических методов в различных областях науки, культуры, искусства, не ущемляется роль математики, не подменяется другими предметами, а, наоборот, повышается интерес к предмету, выявляется высокое значение математики.

О красоте математики написано немало. Авторы видят её в гармонии чисел и форм, геометрической выразительности, стройности математических формул, решении задач различными способами, в изяществе математических доказательств, в порядке, богатстве приложений, универсальности математических методов. Под понятие красоты подводится широкий спектр различных объектов от схем до зверушек, составленных из отрезков, до представления красивого объекта моделью.

## I. Теоретическая часть

### 1. Симметрия в искусстве

*Симметрия является той идеей, посредством которой человек на протяжении веков пытался постичь и создать порядок, красоту и совершенство.*

*Г.Вейль*

С симметрией мы встречаемся всюду. Понятие симметрии проходит через всю многовековую историю творчества. Его широко используют все направления современной науки. Принципы симметрии играют важную роль в физике и математике, химии и биологии, технике и архитектуре, живописи и скульптуре, поэзии и музыке. Законы природы, управляющие неисчерпаемой в своем многообразии картиной явлений, в свою очередь, подчиняются принципам симметрии.

Симметрия, в переводе с греческого языка означает «соразмерность» частей целого. Она является той идеей, посредством которой человек на протяжении столетий пытался постичь и создать порядок, красоту, совершенство. Симметрия с давних времён считалась синонимом прекрасного.

Почти все считают, что красоту, воспринимаемую зрением, порождает соразмерность частей друг с другом и прелестью красок, и для всех тех, кто так считает, и вообще всех остальных быть прекрасным – значит быть симметричным.

Существует множество различных видов симметрии. К простейшим из них относятся: симметрия относительно точки (центральная симметрия), симметрия относительно прямой (осевая симметрия) и симметрия относительно плоскости (зеркальная симметрия).

Симметрия относительно точки (центральная симметрия) – фигура называется симметричной относительно точки, если для каждой точки фигуры симметричная ей точка также принадлежит этой фигуре (Рис 1).



Рис. 1

Симметрия относительно прямой (осевая симметрия) – фигура называется симметричной относительно прямой  $a$ , если для каждой точки фигуры симметричная ей точка относительно прямой  $a$  также принадлежит этой фигуре (Рис 2).

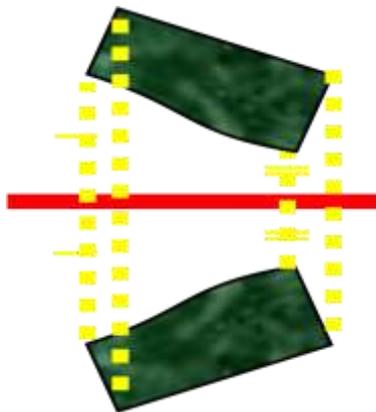


Рис. 2

Симметрия относительно плоскости (зеркальная симметрия) – если преобразование симметрии относительно плоскости переводит фигуру в себя, то фигура называется симметричной относительно плоскости, а данная плоскость – плоскостью симметрии этой фигуры (Рис 3).

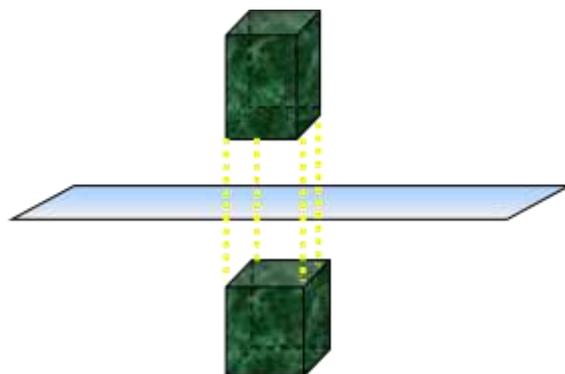


Рис. 3

Несмотря на кажущуюся простоту формулировки в сочетании с современными теориями, а также новыми открытиями, симметрия пространства становится всё более запутанной. Но несомненно одно: мир симметричен!

### 1.1. Симметрия в архитектуре

*Дух геометрического, математического  
порядка будет хозяином судеб архитектуры.*

*Ле-Корбюзье*

Архитектура – удивительная область человеческой деятельности в которой тесно переплетены и строго уравновешены наука, техника, искусство. Только гармоничное сочетание этих начал делает возводимое человеком сооружение памятником архитектуры. Из всех видов искусств архитектура, на мой взгляд, ближе всех к математике: ведь в основе конструкций лежат точнейшие расчеты. От композиции здания в первую очередь зависит впечатление, которое производит архитектурное сооружение. Наиболее ясны и уравновешены здания с симметричной композицией. Расположение главного элемента на оси подчеркивает его значимость, усиливая соподчиненность частей. Каждая деталь в симметричной системе существует как двойник своей обязательной паре, расположенной по другую сторону оси, и благодаря этому она может рассматриваться лишь как часть целого.

Главной осью, объединяющей всю композицию, могут сопутствовать подчиненные оси, определяющие симметрию частей. Характерный пример многоосевой симметрии – здание Главного адмиралтейства в Ленинграде (Рис 4).



Рис. 4

Любой вид симметрии можно встретить в любом архитектурном сооружении. Центрально-осевая симметрия присутствует чуть ли не в каждом архитектурном объекте, зеркальной симметрии подчинены постройки Древнего Египта, амфитеатры, термы, базилики и триумфальные арки римлян, дворцы и церкви Ренессанса, равно как и многочисленные сооружения современной архитектуры. Прочие виды симметрии в архитектуре используются крайне редко, но и они могут обеспечить практическую и художественную целесообразность формы.

Таким образом, можно сказать, что симметрия очень важная составляющая архитектуры. Она относится к числу наиболее сильных средств организации формы. Симметричность строения воспринимающих органов является одной из причин ее активного воздействия на восприятие.

## 1.2 Симметрия живописи

*Если от какого-нибудь искусства отнять то, что относится к взвешиванию, измерению и арифметике, как мало останется от этого искусства.*

*Платон*

Картина – это отнюдь не цветная фотография. Взаимное расположение фигур, сочетание поз и жестов, выражения лиц, чередование цвета, комбинация тонов – все это тщательно обдумывается художником, заботящемся об определенном эмоциональном воздействии картины на зрителя. Используя асимметричные элементы, художник должен создать нечто, обладающее в целом скрытой симметрией. О своей работе над картинами В.И. Суриков писал так: «А какое время надо, чтобы картина утряслась так, чтобы переменить ничего нельзя было. Действительные размеры каждого предмета найти нужно. Важно найти замок, чтобы все части соединить. Это – математика».

Художники разных эпох использовали симметричное построение картины. Симметричными были многие древние мозаики. Живописцы эпохи Возрождения часто строили свои композиции по законам симметрии. Такое построение позволяет достигнуть впечатления покоя, величественности, особой торжественности и значимости событий .

## 2. Пропорция в искусстве

*Невозможно, чтобы две вещи совершенным образом соединились без третьей,... это наилучшим образом может выполнить пропорция.*

*Тимей*

Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения,

способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Целое всегда состоит из частей, части разной величины находятся в определенном отношении друг к другу и к целому.

В математике пропорцией называют равенство двух отношений:  $a : b = c : d$  ( $a*d=b*c$ ). Золотое сечение - это гармоничная пропорция. Она соблюдается и в золотом треугольнике (Рис 4). Каждый конец пятиугольной звезды представляет собой золотой треугольник. Его стороны образуют угол  $36^\circ$  при вершине, а основание, отложенное на боковую сторону, делит ее в пропорции золотого сечения.

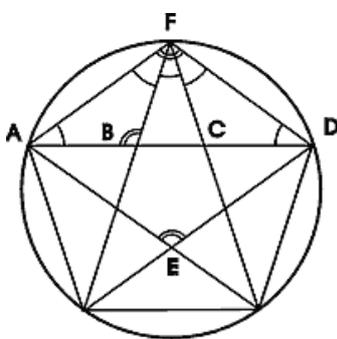


Рис. 5

## 2.1 Пропорция в архитектуре

*В архитектуре божественная пропорция — это мать-царица. Без нее невозможно ни ваяние скульптуры, ни создание архитектурного проекта.*

Золотое сечение — деление на две части таким образом, при котором отношение большей части к меньшей равно отношению всей величины к её большей части. Или, если использовать вычисленную величину золотого сечения, — это деление величины на две части — 62 % и 38 % (процентные значения округлены). Приблизительная величина золотого сечения равна 1,6180339887.

С математической точки зрения, отношение большей части к меньшей в золотом сечении выражается квадратичной иррациональностью

$$\varphi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} = 1,6180339887\dots$$

и, наоборот, отношение меньшей части к большей

$$\frac{1}{\varphi} = \frac{\sqrt{5} - 1}{2} = 0,6180339887\dots$$

Число  $\varphi$  называется также золотым числом.

В дошедшей до нас античной литературе деление отрезка в крайнем и среднем отношении впервые встречается в «Началах» Евклида (ок. 300 лет до н. э.), где оно применяется для построения правильного пятиугольника.

Лука Пачоли, современник и друг Леонардо да Винчи, называл это отношение «божественной пропорцией». Термин «золотое сечение» (*goldener Schnitt*) был введён в обиход Мартином Омом в 1835 году.

Статуя Аполлона Бельведерского (Рис 6), издавна почитается за образец мужской красоты. Если ее высоту  $a$  разделить в отношении золотого сечения ( $x : a = 0,618$ ) и то же самое проделать с каждой частью, то точки деления придутся на анатомически важные пункты. Много позже было измерено несколько тысяч человеческих тел и обнаружено, что для них отношение длины торса до талии к длине всего тела, т. е. отношение  $x : a$  равно 0,615.



Рис. 6

## 2.2 Пропорция в живописи

*Золотое сечение находит применение и в живописи. Его называют исключительным, превосходнейшим, замечательнейшим.*

«И музыка, и живопись передают гармонию; музыка делает это посредством аккордов, а живопись при помощи пропорций». Художники Возрождения, придерживавшиеся герметических взглядов, применяли принцип гармонических пропорций различными способами. Один из таких способов - это изображение перспективы, когда «объекты равной величины располагались так, чтобы, удаляясь на регулярное расстояние, они уменьшались в гармонической прогрессии».

Гармонические пропорции в герметической живописи Возрождения наиболее наглядно проявились в частом использовании так называемого «золотого сечения».

Переходя к примерам “золотого сечения” в живописи, нельзя не остановить своего внимания на творчестве Леонардо да Винчи.

Портрет Моны Лизы (Рис. 7) привлекает тем, что композиция рисунка построена на «золотых треугольниках» (точнее на треугольниках, являющихся кусками правильного звездчатого пятиугольника).

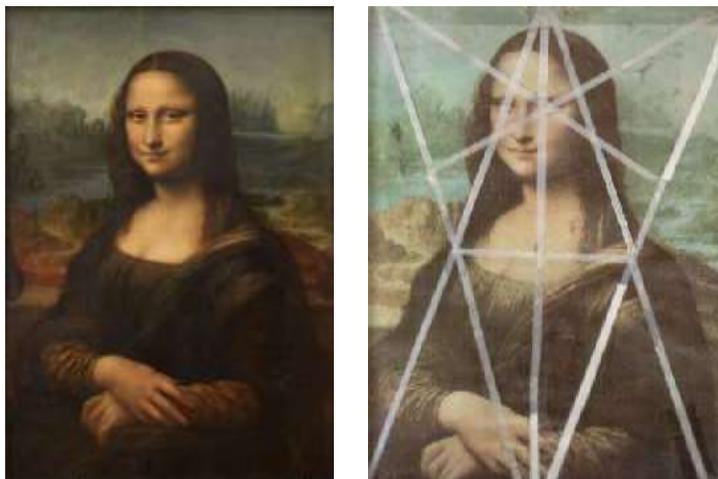


Рис. 7

Мы не знаем, рисовал ли на самом деле Рафаэль золотую спираль при создании композиции "Избиение младенцев" или только "чувствовал" ее. Однако с уверенностью можно сказать, что гравер Раймонди эту спираль увидел. Об этом свидетельствуют добавленные им новые элементы композиции, подчеркивающие разворот спирали.

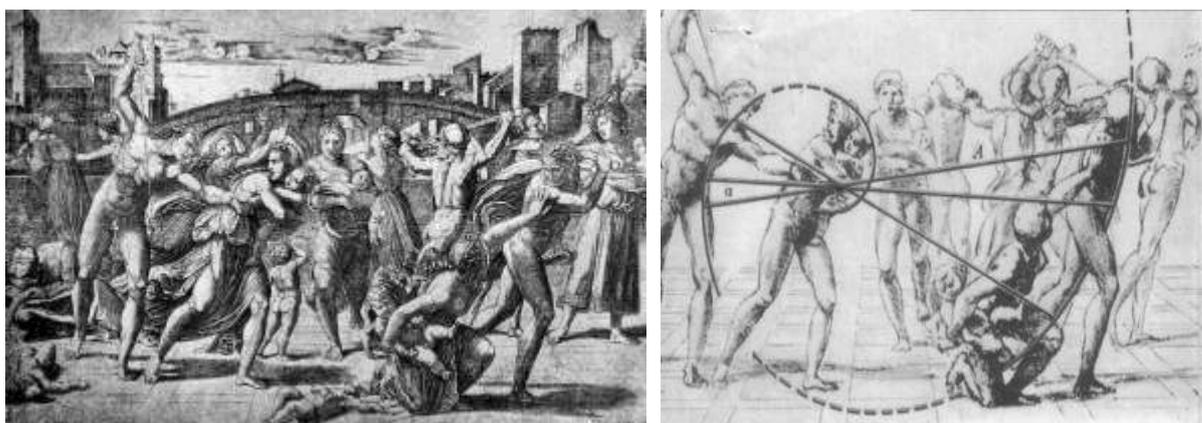


Рис. 8

Человек различает окружающие его предметы по форме. Интерес к форме какого-либо предмета может быть продиктован жизненной необходимостью, а может быть вызван красотой формы. Форма, в основе построения которой лежат сочетание симметрии и золотого сечения, способствует наилучшему зрительному восприятию и появлению ощущения красоты и гармонии. Именно поэтому, художники в своих произведениях используют знания математики.

### 3. Перспектива в искусстве

*Наибольшую радость телу даёт свет солнца, наибольшую радость духу – ясность математической истины. Вот почему науки о перспективе, в которой созерцание светлой линии – величайшая отрада глаз – соединяется с ясностью математики – величайшей отрадой ума, - должно предпочитать всем остальным человеческим исследованиям и наукам.*

*Леонардо да Винчи*

Перспектива - техника изображения пространственных объектов на плоскости или какой-либо поверхности в соответствии с теми кажущимися сокращениями их размеров, изменениями очертаний формы и светотеневых отношений, которые наблюдаются в натуре.

В зависимости от назначения перспективного изображения перспектива включает следующие виды:

Прямая линейная перспектива (Рис. 9) — изображение трехмерного предмета на плоскости с помощью геометрического метода центральной проекции: из выбранной точки пространства (центра перспективы) мысленно проводятся лучи ко всем точкам предмета, на пути лучей ставят условную плоскость, на которой надо получить плоское изображение, его получают, фиксируя пересечение проведенных лучей с плоскостью.



Рис. 9

Обратная линейная перспектива (Рис. 10) — изображенные предметы представляются увеличивающимися по мере удаления от зрителя, картина имеет несколько горизонтов и точек зрения и другие особенности. При изображении в обратной перспективе предметы расширяются при их удалении от зрителя, словно центр схода линий находится не на горизонте, а внутри самого зрителя.

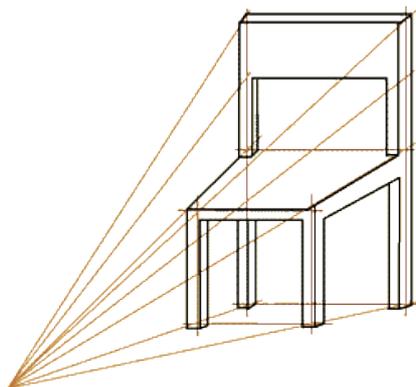


Рис. 10

Панорамная перспектива (Рис. 11) — Изображение, строящееся на внутренней цилиндрической (иногда шаровой) поверхности. Слово «панорама» означает «все вижу», в буквальном переводе это — перспективное изображение на картине всего того, что зритель видит вокруг себя.



Рис. 11

Аксонометрия — один из видов перспективы, основанный на методе проецирования (получения проекции предмета на плоскости), с помощью которого наглядно изображают пространственные тела на плоскости бумаги. Аксонометрию иначе называют параллельной перспективой.

Аксонометрия делится на три вида:

1. Изометрию (Рис. 12) — измерение по всем трем координатным осям одинаковое;

2. Диметрию (Рис. 12.1) — измерение по двум координатным осям одинаковое, а по третьей — другое;
3. Триметрию (Рис. 12.2) — измерение по всем трем осям различное.

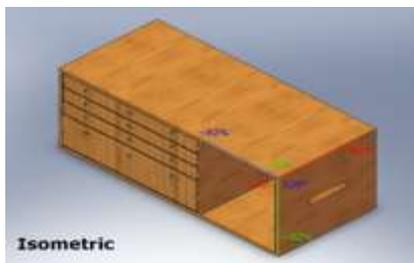


Рис. 12

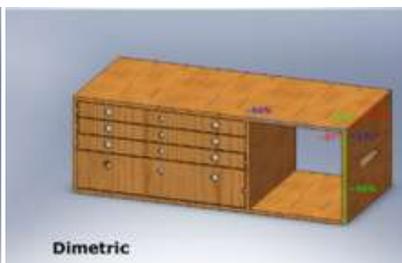


Рис. 12.1

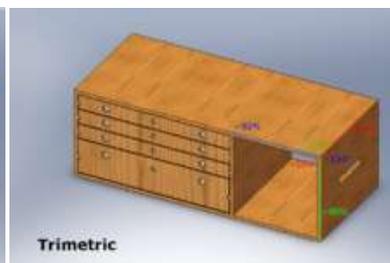


Рис. 12.2

Сферическая перспектива (Рис. 13) — вид перспективы, где несколько точек зрения, присутствуют также наклон вертикальных осей к центру и разворот плоскостей к переднему плану.



Рис. 13

Тональная перспектива (Рис. 14) — это изменение в цвете и тоне предмета, изменение его контрастных характеристик в сторону уменьшения, приглушения при удалении вглубь пространства.



Рис. 14

Воздушная перспектива (Рис. 15) — характеризуется исчезновением четкости и ясности очертаний предметов по мере их удаления от глаз наблюдателя.



Рис. 15

### 3.1. Перспектива в живописи

#### *Перспектива – геометрия живописи*

Перспектива – это очень просто. Это чистая геометрия. Но это не значит, что каждый может стать художником. Перспектива – это только геометрическая основа живописи. Но эта основа мертва, до тех пор пока художник не вложит в нее частичку своей души, не сделает ее живописью.

Целью художественного изображения является перевод пространственного в плоскость, а именно в плоскость картины. Простыми художественными средствами изображения пространства и предметов на плоскости картины являются перекрытие, прикрытие, нагромождение и уменьшение, а также повышенное расположение над основной линией (над нижним краем картины). От этого появляется впечатление глубины пространства, соотношений величин и удаленности. Эти иллюзии можно усилить или ослабить за счет соответственно сильного или слабого контура форм, а также за счет цветовых контрастов. Сильный контраст светлого и темного делает предметы ближе расположенными, чем контраст теплого и холодного.

Рафаэль обладал удивительным даром композиции. Мастерство, с которым он соединял элементы композиции в единое целое, острое чувство симметрии, пропорции, золотого сечения, перспективы, ритма – все эти качества рафаэлевского гения ярко проявились в полотне «Обручение Марии» (Рис. 16).



Рис. 16

### 3.2. Перспектива в фотографии

*Перспектива – это система изображения предметного мира на плоскости в соответствии со зрительным восприятием предметов человеком.*

Мы с вами прекрасно знаем, что реальный мир трехмерен и все предметы и объекты съемки имеют три измерения. Они объемны и также находятся в трехмерном пространстве. Фотография передает лишь два измерения - высоту и ширину. Третье измерение - глубина пространства в фотографии напрямую не передается.

Для восприятия художественной фотографии нужно «открыть для себя плоскость» - то есть научиться абстрагироваться от изображенного трехмерного объекта и воспринимать не только и не столько его, сколько

плоское двумерное изображение как самостоятельную, безотносительную к объекту ценность. Но если мы разорвем в нашем сознании связь плоского изображения с его трехмерной реальностью, то мы лишим фотографию самого глубинного ее свойства - существование уникального момента. Следовательно, две присутствующих на фотографическом снимке вселенные, плоская и объемная, должны одновременно уместиться в нашем сознании.

Третье измерение создает обогащение, сходное с тем, что происходит в музыке, когда к гармоничному аккорду добавляется линия мелодии... объединение двух структурных измерений в одно целое создает сложность современной полифонической музыки. Довольно схожая ситуация существует и в изобразительном искусстве. Каждый элемент принадлежит двум различным контекстам. Он располагается на фронтальной плоскости живописного полотна и в то же время находится в трехмерном пространстве, изображенном в картине. Соответственно каждая изобразительная единица имеет две формы: форму, присущую трехмерному предмету, и форму проекции предмета на плоскости. Фотография как целое состоит из двух совершенно различных композиций. Одна - это простирающаяся вглубь композиции самого "места действия", другая - это композиция внутри фронтальной плоскости. Синтез их обеих и составляет значение целого.

Перспектива в фотографии играет очень важную роль, поскольку умение правильно ее обозначить напрямую влияет на объемность и глубину всего изображения. Перспектива в фотографии может быть выражена особенно ярко, если на ней использованы не только передний и задние планы, но и обозначен средний. Ведь по сути своей фотоаппарат способен выдавать двумерные копии трехмерного пространства, и в том, как отобразить именно трехмерность, вам поможет правильное понимание перспективы.

## II. Исследовательская часть

Начиная работу над практической частью, я решила узнать, какими знаниями симметрии владеют мои одноклассники. Для этого я провела опрос. Сначала я выяснила, знают ли ребята, что такое симметрия? (Рис.17)

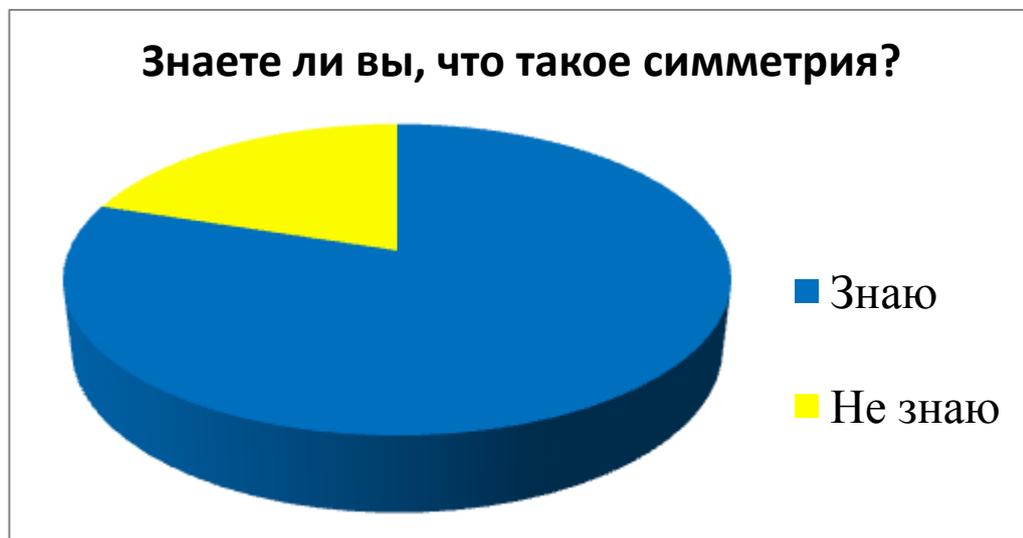


Рис. 17

Проанализировав первый вопрос, я пришла к выводу, что большинство моих одноклассников знают, что такое симметрия. Что, безусловно, не может не радовать.

Затем я решила узнать, какие виды симметрии известны моим сверстникам (Рис.18).

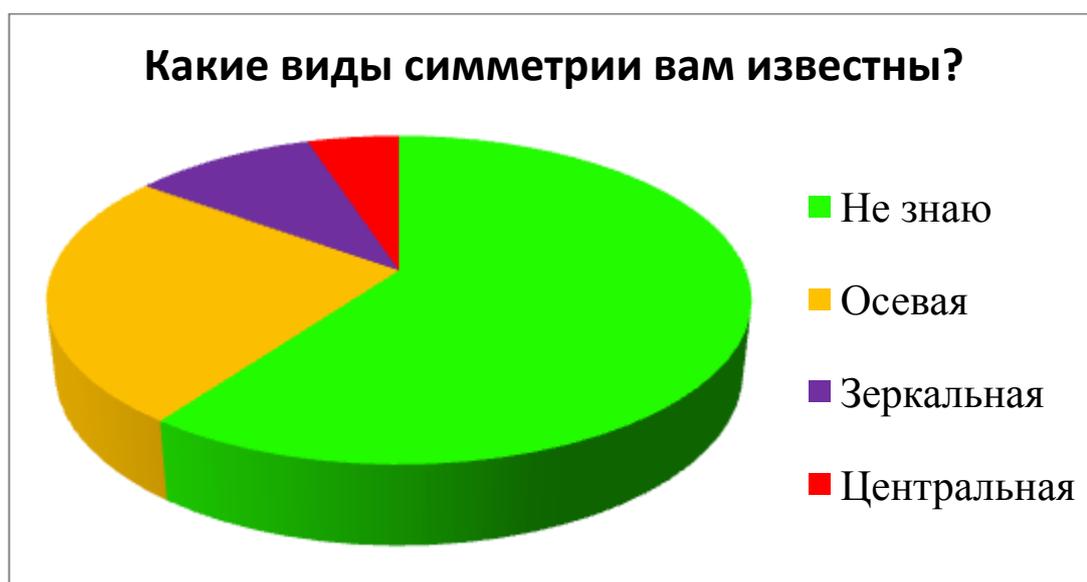


Рис. 18

Из этого вопроса, я сделала вывод, что большинство моих одноклассников затрудняются назвать виды симметрии, а наиболее известная для них - осевая симметрия.

Дальше я решила узнать у своих сверстников можно ли встретить в нашем городе симметрию? (Рис. 19)

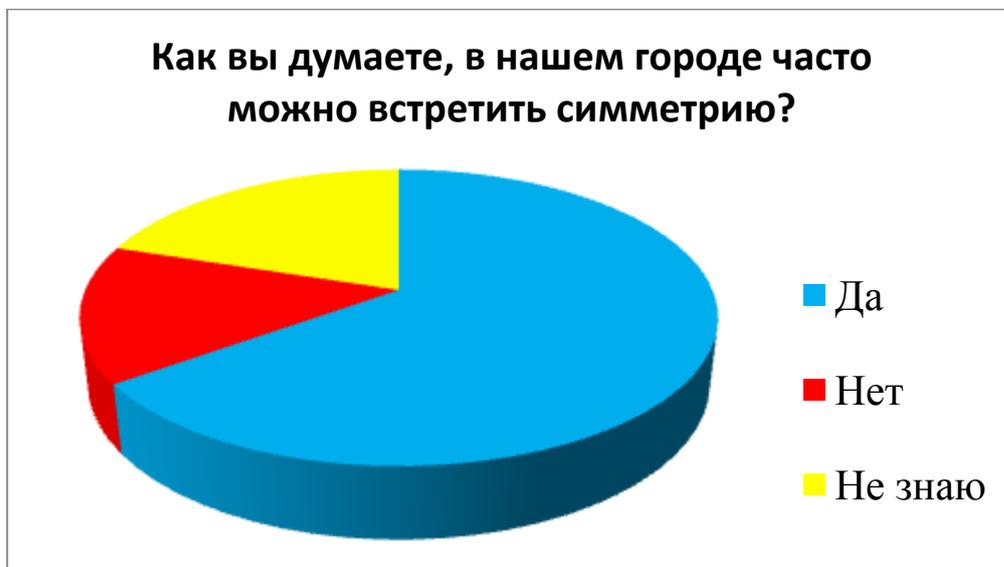


Рис. 19

Из этой диаграммы можно сделать вывод, что ребята замечают красоту окружающего мира, подчиненного симметрии.

Последний вопрос моей анкеты, был сформулирован так: какие здания нашего города, по вашему мнению, подчинены законам симметрии (Рис. 20)



Рис. 20

Проанализировав результаты, мы можем сделать вывод, что ученики могут видеть симметрию в окружающем их мире. А самым симметричным зданием нашего города, по их мнению, является Администрация г.Красноуральск.

Проведя анкетирование, мне стало интересно, а верны ли предположения моих одноклассников, что здание Администрации подчинено законам симметрии. И это действительно так. Если взглянуть на здание, то можно заметить, что оно имеет осевую симметрию (Рис. 21) и построено согласно всем законам математики.

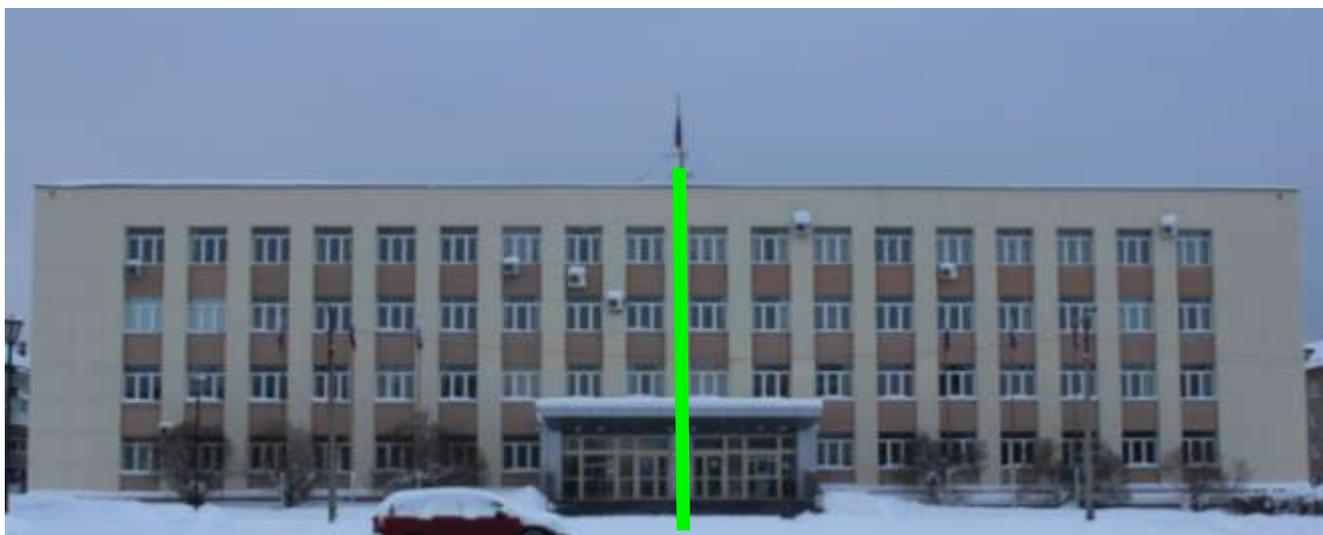


Рис. 21

Если проанализировать здание управления ОАО "Святогор", то мы тоже можем наблюдать симметрию, с определенного ракурса (Рис. 22).



Рис. 22

Так же мы можем рассмотреть немного другой вид фотографии (Рис. 23).



Рис. 23

Взглянув на рисунок, мы можем точно сказать, что здание управления ОАО "Святогор", полностью подчинено законам симметрии. Каждая отдельная часть и здание в целом, делает здание очень гармоничным.

Мир не может быть абсолютно симметричным. Строители современных мостов, высотных зданий знают, что конструкция не должна быть безупречно симметричной из-за опасности возникновения резонансных колебаний, которые могут привести к ее разрушению.

Законы математики можно встретить везде и наш город, конечно, не исключение. Пройдясь по улицам, мы можем встретить множество видов симметрии. Стоит только присмотреться.

## Заключение

*Математика владеет не только истиной, но и высшей красотой - красотой отточенной и строгой, возвышенно чистой и стремящейся к подлинному совершенству, которое свойственно лишь величайшим образцам искусства.*

*Бертран Рассел*

Конечно же, все законы красоты невозможно вместить в несколько формул. Но, изучая математику мы открываем всё новые и новые слагаемые прекрасного, приближаясь к пониманию, а в дальнейшем и к созданию красоты и гармонии.

Красоту математики очень часто можно встретить в областях, далёких от неё. Большинство творений природы обычно содержат в себе той или иной вид математического искусства. Подавляющее число живых организмов обладает одним из видов симметрии, та или иная картина содержит перспективу, а скульптуры подчинены законам пропорции. Земля вполне могла бы быть названа царством математики, исходя из того насколько наш мир подчинен ей.

Искусство, наука, красота... эти великие сферы человеческой деятельности, внешне столь разные и далекие друг от друга, тесно переплетены между собой незримыми узами! И разорвать эти узы нельзя, не повредив и тому и другому. Красота является самым крепким связующим звеном между наукой и искусством!

## Список литературы

1. Захидов П.Ш., Основы гармонии в архитектуре, Ташкент: Фан, 1982.
2. А. В. Волошинов, "Математика и искусство", Москва, "Просвещение", 2000.
3. Зенкевич И.Г., Эстетика урока математики. Пособие для учителей. Москва "Просвещение", 1981.
4. Смирнова Е.С., Леонидова Н.А., "Математическое путешествие в мир гармонии" Москва.

### Интернет источники

[http://www.rusedu.ru/detail\\_8012.html](http://www.rusedu.ru/detail_8012.html)

<http://ru.wikipedia.org/wiki/>

<http://matemkonst.narod.ru/p9aa1.html>

<http://www.festival-present.ru/?idstructure=909>